A utilidade dos numerais gráficos na resolução de problemas aditivos

MONICA ALVARADO e NORMA FERNÁNDEZ

O propósito central do trabalho aqui relatado foi o de analisar qual impacto causaria a presença de numerais escritos na resolução de problemas aditivos, por 45 crianças em idade pré-escolar. Utilizando como base as ideias de Tolchinsky (2003), nossa intenção era provar que a presença de numerais gráficos poderia ser de utilidade para aquelas crianças que não obtinham êxito ao enfrentar esse tipo de problema na ausência desses apoios gráficos.

A proposta de nossos estudos se sustenta na consideração de que as notações numéricas são ferramentas para o pensamento (Karmiloff-Smith, 1994; Martí, 2009; Tolchinsky, 2003), que possibilitam às crianças se envolver na resolução de problemas, neste caso aditivos; de outra maneira, não seriam cognitivamente acessíveis a elas. Também assumimos que as crianças pequenas são sensíveis às notações e capazes de empregá-las como elementos referenciais, mesmo que sua compreensão sobre elas não seja totalmente convencional.

Em trabalhos anteriores, autores como Carpenter e Moser (1982), Fuson (1991) e Gray (1991 e 1997) já haviam abordado as possibilidades infantis da contagem com o apoio de materiais concretos. Em geral, há um consenso entre todos eles em destacar que as representações externas (o emprego de fichas, os dedos das mãos etc.) facilitam as tarefas de contagem e pequenas transformações em crianças mais novas. É fundamental ressaltar que as crianças de um meio urbano, além de poderem recorrer a ferramentas de representação como as referidas anteriormente, têm acesso a notações convencionais próprias da cultura em que vivem. Nesse sentido, estudos como os de Alvarado (2005), Alvarado e Ferreiro (2002), Sarnecka e Gelman (2004), Brizuela (2004), Lipton e Spelke (2004 e 2005) demonstram o interesse genuíno das crianças pelas notações numéricas desde muito cedo, fazendo com que também comecem a levantar hipóteses sobre o que essas marcas gráficas representam, quando são usadas, como poderiam se distinguir das notações que são feitas com letras ou, até mesmo, como interpretar a escrita de numerais com vários dígitos.

Cabe destacar que, embora nos programas escolares nacionais do México sejam reconhecidas as possibilidades pré-escolares referentes à aquisição do número pelas crianças, o emprego de notações convencionais nas propostas de problemas numéricos (de contagem) ou de aritmética inicial é postergado. Dessa maneira, na educação infantil se privilegia o uso de estratégias informais na resolução de problemas: aceita-se a contagem de coleções (com o apoio dos dedos, dos desenhos, das marcas no papel etc.) ou as aproximações sucessivas como estratégias de solução para os problemas aditivos. Nessa estratégia didática está implícita a ideia de oferecer situações que façam com que as crianças se aproximem espontaneamente dos problemas aditivos e que consigam resolvê-los a partir de suas possibilidades, tal como recomendam diferentes autores (Hiebert e Carpenter, 1992; Broitman 1998b, entre outros).

Quanto aos problemas aditivos, Vergnaud (1982) inclui os mesmos no campo das estruturas aditivas, demonstrando que sua compreensão ocorre em um processo longo de experiências, no qual as crianças começam a entrar até os três ou quatro anos de idade e não o concluem até os quinze ou dezesseis anos. Esse autor também agrupa os problemas aditivos em seis diferentes categorias. Cabe ressaltar que nosso trabalho foi realizado com problemas que estão na primeira categoria. Um exemplo de problema aditivo de *Categoria I* é o seguinte: *"Pedro tem 6 bolinhas de gude no bolso direito e 8 no esquerdo. Quantas bolinhas Pedro tem no total?"* (Vergnaud, 1982, p. 43).

Alguns estudos, como os de Denvir e Brown (1981), Thompson (1995) e Gray (1997) também se centraram nos métodos que as crianças utilizam para a resolução de operações aditivas dando como resultado diferentes taxinomias, que coincidem em aceitar que quando as operações envolvem uma série menor que vinte, se apresentam estratégias progressivamente mais complexas, que aparecem na seguinte sucessão: contar os elementos presentes desde o "um" (para o exemplo anterior isso seria equivalente a fazer o seguinte: 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1); contar a partir do conjunto maior para acrescentar os elementos, um a um, do conjunto menor (continuando com o exemplo, isso equivaleria a 8+1+1+1+1+1+1); usar o cálculo assumindo fatos numéricos, para o exemplo isso poderia ser representado por uma decomposição de números que o tornasse mais operável (5+3)+(5+1)=(5+5)+(3+1) ou, ainda, (8+2)+4.

SITUAÇÕES DE INDAGAÇÃO

Nosso estudo contou com a participação de 45 crianças (idade média entre quatro e sete anos) que frequentavam uma escola particular da cidade de Querétaro, México, e que entrevistamos individualmente, em duas sessões de 45 minutos cada uma. As sessões foram realizadas em dias diferentes de uma mesma semana. Na primeira sessão cada criança resolveu tarefas para verificar sua condição de conservação da quantidade (em termos piagetianos), suas possibilidades de contagem (em uma série do 1 ao 12) e de identificação de numerais gráficos (de 1 até 9).

A segunda sessão foi destinada à tarefa central do estudo: a resolução de problemas aditivos (Categoria I). Para tanto, apresentamos às crianças uma caixa opaca e vazia onde eram introduzidas fichas, em dois momentos diferentes, para que, no final, elas dissessem quantas fichas havia na caixa. Essa situação foi realizada em duas versões. Na primeira, as transformações aditivas (acréscimos de fichas) ocorriam sem o apoio de representações gráficas numéricas. Na segunda versão, as transformações foram acompanhadas da representação de numerais gráficos (do 1 ao 9 escritos, cada um, em cartões independentes) entre os quais as crianças escolhiam aquele que era o correto de acordo com cada momento da transformação.

Todas as crianças foram expostas, primeiramente, às transformações sem os numerais gráficos e, depois, resolveram a versão com o apoio destes. As crianças entrevistadas resolveram problemas tanto na primeira como na segunda versão da tarefa, que envolveram as seguintes operações: 5+3; 4+6; 3+2; 8+4; 7+3.

RESULTADOS

Condição numérica das crianças

Para avaliar a qualidade da contagem das crianças da amostra utilizamos um jogo que consistiu em jogar um dado por rodadas, entre a criança e a entrevistadora, e depois perguntar à criança quem era o vencedor.

No decorrer do jogo as crianças apresentaram dois tipos diferentes de respostas, que nos indicam a grande familiaridade delas com os dados: a) contar os pontos representados na face do dado e fazer correspondências entre fichas e pontos contados (22% das crianças); b) identificar a quantidade representada na face do dado e pegar as fichas depois (78% da amostra). Cabe ressaltar que os dois tipos de respostas, antes descritos, fizeram com que as quinze crianças da amostra chegassem a bons resultados para determinar o número de pontos na face do dado e estabelecer o número correspondente de fichas que deveriam pegar. Do mesmo modo, todas as crianças conseguiram contar sem dificuldade em uma série total de doze fichas acumuladas durante o jogo.

Para a avaliação de numerais gráficos apresentamos às crianças alguns cartões com coleções de objetos para que colocassem o numeral correspondente de acordo com a quantidade de objetos. Os conjuntos apresentados continham 3, 5, 4, 6, 8 elementos e 1 elemento, respectivamente, que foram escolhidos ao acaso. Na realização dessa tarefa, todas as crianças conseguiram contar para relacionar o número de cada conjunto com o seu correspondente numeral gráfico.

Embora as possibilidades das crianças para a identificação de numerais gráficos e da contagem fossem muitas, sua condição quanto à conservação da quantidade não foi tão avançada. Para avaliar essa conservação, utilizamos a situação clássica de

Piaget e Szeminska (1967), com fichas de duas cores diferentes, dispostas em duas fileiras (de sete). O problema que as crianças deveriam resolver era determinar qual era a fileira com mais elementos depois de fazer variar, diante do entrevistado, a distância entre os elementos de cada fileira.

Com base nos trabalhos de Greco (1962) estabelecemos três diferentes maneiras de resolver a tarefa de conservação da quantidade: 1) julgamentos pré-quantitativos, nos quais as crianças determinam que a quantidade de elementos mudou de acordo com as transformações ocorridas na fileira (por exemplo, elas diziam que tem mais elementos a que aparenta ser mais comprida); 2) julgamentos em transição, que se caracterizam pela oscilação das crianças ao empregar tanto critérios pré-quantitativos como quantitativos para avaliar a quantidade de elementos das fileiras, o que as faz desenvolver uma estratégia denominada de "inversibilidade", que consiste em corroborar suas respostas por meio do reordenamento das fileiras fazendo coincidir um a um cada elemento; e 3) julgamentos quantitativos, nos quais as crianças demonstram ter compreendido que a quantidade de elementos das fileiras não é afetada pelas modificações causadas pela reordenação.

Das 45 crianças de nossa amostra não encontramos aquelas que apresentassem julgamentos quantitativos na resolução da tarefa de conservação da quantidade. Desse total, 24 (53%) delas resolveram a tarefa empregando julgamentos pré-quantitativos e o restante (11), julgamentos em transição.

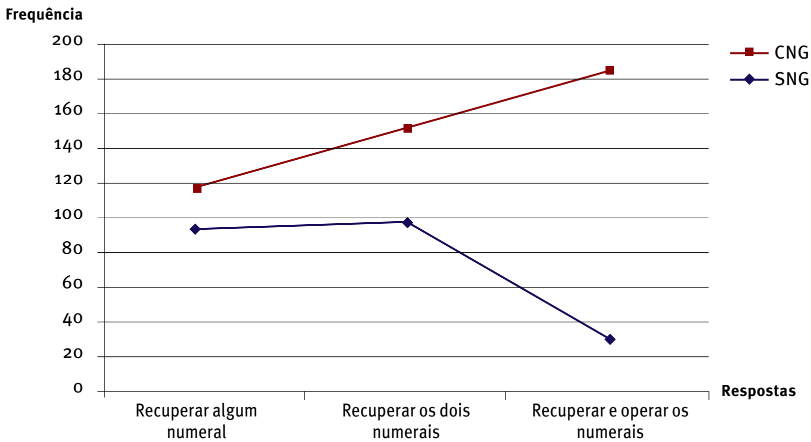
Estratégias empregadas na tarefa de transformação aditiva

A partir da tarefa que envolvia enfrentar problemas aditivos em suas duas versões, obtivemos 450 respostas que classificamos em três tipos diferentes de resposta:

a. Recuperar o numeral de algum momento do problema. Por exemplo, após observar a transformação 5 + 3 dizer que na caixa há três fichas ou, ainda, cinco. Esse tipo de resposta apareceu em 26% dos casos.
b. Recuperar os numerais envolvidos nos dois momentos do problema, mas não operá-los. Ou seja, responder que há cinco e três fichas na caixa depois de observar a transformação 5 + 3. Foram 33,33% das respostas desse tipo.
c. Recuperar os numerais envolvidos nos dois momentos do problema e operá-los por meio de estratégias de contagem que, geralmente, apoiavam-se no uso dos dedos. Esse tipo de resposta, ainda que estivesse correta (dizer que há oito fichas após observar a transformação 5 + 3) ou próxima, como, por exemplo, garantir que na caixa há sete ou nove fichas depois da mesma transformação, apareceu em 40,67% dos casos.

Conforme havíamos antecipado, a versão utilizada na tarefa afetou as respostas das crianças. Quando a tarefa era acompanhada pela identificação dos numerais gráficos (CNG), a maioria das crianças recuperou e operou os numerais envolvidos, independentemente da série numérica envolvida. A Figura 1 resume essa informação (com as iniciais SNG distinguimos as respostas da versão da tarefa sem o emprego de numerais gráficos).

FIGURA 1 **Frequência de respostas por variação de tarefa**



Parece que a presença de notações convencionais é a variável que explica mais claramente os resultados de nosso estudo. É o que podemos afirmar ao considerar que: 1) todas as crianças conseguiam contar e identificar numerais em uma série, ao menos do 1 ao 12, mas essa possibilidade não teve relevância ao enfrentar as transformações aditivas na versão sem o suporte das notações numéricas; 2) todas as crianças da amostra, mesmo não sendo conservadoras da quantidade, puderam executar melhor a tarefa aditiva a partir da versão apoiada nas notações numéricas. Apresentamos a seguir um fragmento da entrevista com Josué (quatro anos e seis meses) para ilustrar as vantagens representadas pelo emprego das notações numéricas.

ENTREVISTADORA	JOSUÉ (4 ANOS E 6 MESES)
Josué, olhe de novo a caixa para ver quantas fichas tem.	Nenhuma, ela está vazia.
Muito bem, então vamos continuar com o jogo. Veja quantas fichas estou colocando *(insere oito fichas)*.	*(Josué observa em silêncio.)*
Quantas fichas há na caixa?	Oito.
Como você sabe?	Porque fui contando em minha cabeça, um, dois, três e, assim, até oito.
Muito bem. Você sabe que número serve para oito? *(mostrando os cartões com numerais)*.	Este *(escolhe o correto)*.
Bom, agora veja como está a caixa *(insere quatro fichas)*.	Você colocou quatro, este é o quatro *(escolhe o cartão correspondente)*.
Bom, e agora, quantas fichas há na caixa?	Deixe-me ver... Este é o oito e eu o coloco aqui *(diante dele)* então agora quatro *(mostrando o cartão)* e então... digo oito *(mostrando o cartão correspondente)* e agora coloco quatro *(mostra quatro dedos na mão que coloca sobre o cartão com o numeral "4")* oito *(mostra o cartão com "8")*, nove, dez, onze e doze *(contando cada um dos dedos)*. São doze.

Respostas como as de Josué apareceram em 23% dos casos. Os outros casos apresentaram estratégias em que a contagem podia começar a partir do "um", fazendo alusão aos momentos representados nos cartões (61%) ou, ainda, fazer uso de fatos numéricos (apenas 16%). É importante destacar que quando as crianças resolviam a tarefa, sem a presença do suporte escrito, operando os numerais envolvidos nos momentos da transformação (6,6% das respostas), elas sempre o fizeram por meio da contagem de cada um dos elementos inseridos na caixa. Notem, também, que as estratégias mais avançadas de solução para a tarefa foram utilizadas na presença de numerais gráficos.

COMENTÁRIOS FINAIS

Os dados mostrados até aqui sugerem que a presença de notações convencionais é, realmente, um foco importante de atenção para as crianças e também pode servir para que elas resolvam uma tarefa aditiva simples. A presença de numerais escritos ajudou as crianças a redimensionar a tarefa, deixando evidente a necessidade de operar com os numerais envolvidos nos problemas, ao menos em termos de contagem, para dar um resultado final no qual incluíssem quantidades apresentadas nos dois momentos de transformação das quantidades.

A utilidade das notações convencionais pôde ser comprovada mesmo que as crianças da amostra não estivessem em condições de conservar a quantidade e, provavelmente, devido à idade e às consequentes expectativas didáticas de seu nível escolar. A tarefa da qual participaram era algo novo para elas. Nesse sentido, observamos que a presença de notações numéricas convencionais ajudou a organizar melhor suas estratégias de solução dos problemas, sendo que algumas delas, inclusive, puderam mostrar estratégias avançadas como o uso de fatos numéricos.

É óbvio que ainda temos muitas questões pendentes que podem ajudar a precisar o que aconteceria se expuséssemos as crianças, em condições similares, a problemas aditivos mais complexos. "Será que as notações convencionais continuariam sendo úteis?" Outra pergunta que também nos fazemos é: "O que aconteceria se déssemos oportunidade para que as crianças realizassem notações espontâneas? Será que isso iria favorecer a realização de tarefas desse tipo tanto quanto as notações convencionais?". E, finalmente, "que relação há entre as estratégias que as crianças utilizaram para a solução dos problemas aditivos que envolviam operar sobre as quantidades e a conservação da quantidade?". Ou seja: "Será que tarefas como essas que empregamos, com o apoio das notações convencionais, podem favorecer o desenvolvimento do sentido da cardinalidade das crianças?".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARADO, M. *Pistas útiles para la escritura de números*. Informe de Investigación. México: Cipe-UAQ, 2005.

__________.; FERREIRO, E. Four and five-year old children writing two-digit numbers. *Rivista di Psicolinguistica Applicata*, v. 2, n. 3, 2002, p. 23-37.

BRIZUELA, B. *Mathematical development in young children.* Exploring notations. New York: Teachers College Press, 2004.

BROITMAN, C. Enseñar a resolver problemas en los primeros grados. Propuestas didácticas para trabajar en el aula. Revista *En la Escuela*, n. 25, 1998a.

__________. La suma y la resta en los primeros grados. Propuestas didácticas para trabajar en el aula. Revista *En la Escuela,* año 111, n. 26, 1998b.

CARPENTER, T.; MOSER. *Addittion and subtraction:* A cognitive perspective. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers, 1982.

DENVIR, B.; BROWN, M. Number operations. In: HART, K. (Ed.). *Children's understanding of mathematics*. London: John Murray, 1981.

FUSON, K. Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. In: BIDEAU, J.; MELJAC, C.; FISCHER, J. P. (sous la dir. de). *Les chemins du nombre.* Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991.

GRAY, E. Compressing the counting process: developing flexible interpretation of symbols. In: THOMPSON, I. (Ed.). *Teaching and learning early number.* Buckingham: Open University Press, 1997.

__________. An analysis of diverging approaches to simple arithmetic: preference and its consequences. *Educational Studies in Mathematics*, n. 22, p. 551-574, 1991.

GRECO, P. Quotité et quantité. In: PIAGET (Ed.). *Structures numériques élémentaires*. Paris: Presses Universitaires de France, 1962.

HIEBERT, J.; CARPENTER, T. Learning and teaching with understanding. In: GROUWS, D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan,1992. p. 65-97.

KARMILOFF-SMITH, A. *Más allá de la modularidad*. Madrid: Alianza (publ. orig., 1992), 1994.

LIPTON, J.; SPELKE, E. Preschool children's master the logic of number word meanings. *Cognition*, n. 98, p. 57-66, 2004.

________; ________. Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development*, v. 76, n. 5, p. 978-988, 2005.

MARTÍ, E. Tables as cognitive tools in primary education. In: ANDERSEN, C. et al. (Eds.). *Representational systems and practices as learning tools*. Rotterdam: Sense Publishers, 2009. p. 133-148.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *La génesis del número en el niño.* Buenos Aires: Guadalupe (public. orig., 1941), 1967.

SARNECKA, B.; GELMAN, S. Six does not just mean a lot: preschoolers see number words as specific. *Cognition,* n. 92, p. 329-352, 2004.

THOMPSON, I. The role of a counting in the idiosyncratic mental calculation algorithms of young children. *European Early Childhood Education Research Journal*, n. 3, p. 5-16, 1995.

TOLCHINSKY, L. *The cradle of culture*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 2003.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T.; MOSER, J.; ROMBERG, T. (Eds.). *Addition and subtraction*: a cognitive perspective. New Jersey: Lawrenece Erlbaum Associates,1982.